پژوهشنامهٔ بیمه/ سال بیست‌وهشتم/ شماره ٤/ زمستان ۱۳۹۲/ شماره مسلسل ۱۱۲/ صفحات ۵۵ تا ۸۰

یک مدل احتمالاتی جدید برای بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها در قراردادهای بیمه عمر بر مبنای تعهدات بیمه‌گر

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۰۷/۲۵
تاریخ پذیرش:۱۳۹۲/۱۱/۰۷

ساجده سرباز علی‌پور[۱]
افشین فلاح[۲]

چکیده

در این مقاله یک مدل احتمالاتی جدید برای بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها بر مبنای تعهدات بیمه‌گر پیشنهاد شده است. برخلاف سایر مدل‌های موجود، مدل پیشنهادی، ماهیت تصادفی میزان پرداختی و دریافتی از بیمه‌گذاران و بازده دارایی‌ها را به خوبی مد نظر قرار می‌دهد. به منظور ارزیابی مدل پیشنهادی و مقایسه آن با مدل شناخته‌شده مارکویتز (۱۹۵۲)، برای بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها، مطالعه‌ای شبیه‌سازی طراحی و اجرا شده است. همچنین برای نشان‌دادن کارایی مدل پیشنهادی در دنیای واقعی، از داده‌های مربوط به قیمت جهانی طلا و سنگ آهن استفاده شده است. نتایج حاکی از کارایی قابل قبول مدل پیشنهادی است، به‌گونه‌ای که مقدار بازده و ریسک دارایی‌ها در طول مدت سرمایه‌گذاری برای مدل پیشنهادی مطلوب‌تر است.

واژگان کلیدی: *مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها، بهینه‌سازی، بیمه عمر*

---

۱. کارشناس‌ارشد آمار، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (Email:sajedealipoor@gmail.com)

۲. استادیار، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی(نویسنده مسئول) (Email:fallah@ikiu.ac.ir)

١. مقدمه

مدیریت سبد دارایی‌ها[1] در هر شرکتی به معنی تحلیل نقاط ضعف، قوت و فرصت‌های مربوط به طیف گسترده‌ای از فعالیت‌های مالی آن شرکت است. گام اصلی در مدیریت سبد دارایی‌ها یافتن ترکیبی از دارایی‌ها به گونه‌ای است که بتواند نیازهای سرمایه‌گذار را تأمین نماید. تعیین سبد دارایی بهینه بستگی به زمینه فعالیت شرکت و هدف صاحبان سرمایه از سرمایه‌گذاری دارد. در برخی شرکت‌ها هدف از سرمایه‌گذاری، کسب سود و تأمین سرمایه برای فعالیت‌های آتی شرکت مانند گسترش بخش‌های جدید، ایجاد شعب و ... است. در این شرکت‌ها اگر سرمایه‌گذاری به نحو صحیح انجام نگیرد، به فعالیت‌های جاری و اعتبار شرکت لطمه زیادی وارد نمی‌کند. بنابراین تنها تعیین میزان ریسک بازارهای مالی و بازده دارایی‌ها برای تعیین سبد دارایی بهینه، کافی است. در برخی دیگر از شرکت‌ها، هدف تنها کسب سود نیست و شرکت باید به گونه‌ای سرمایه‌گذاری کند که بتواند از عهده تعهدات خویش در آینده برآید، اعتبار خود را در بین مشتریان و سهامداران حفظ کرده و به فعالیت خود در بازار رقابتی ادامه دهد. در واقع سرمایه‌گذاری صحیح، عنصر حیاتی برای شرکت‌های گروه دوم محسوب می‌شود. بنابراین ارزیابی و مدیریت هم‌زمان ریسک دارایی‌ها و بدهی‌ها و انتخاب نحوه سرمایه‌گذاری دارایی‌ها در بازارهای مالی با توجه به بدهی‌های شرکت امری مهم و ضروری است. فرایند کنترل هم‌زمان ریسک دارایی‌ها و بدهی‌ها تحت عنوان مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها[2] شناخته می‌شود و شامل مدل‌بندی، اجرا، نظارت و اصلاح استراتژی‌های مرتبط با دارایی‌ها و بدهی‌هاست، به‌نحوی‌که شرکت بتواند با توجه به محدودیت‌های موجود به اهداف مالی خود دست یابد. مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها در بسیاری از صنایع مانند بانک، بیمه و صندوق‌های مستمری که با حجم زیادی از نقدینگی سروکار دارند، توسعه پیدا کرده است. دارایی‌ها و بدهی‌ها در هر یک از این

1. Portfolio Management
2. Asset-Liability Management (ALM)

صنایع تعریف خاصی دارد، ولی به طور کلی دارایی‌ها به عنوان جریان ورود وجوه نقد و بدهی‌ها به عنوان جریان خروج وجوه نقد تلقی می‌شوند.

مدل‌بندی و بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها با تکیه بر مدل‌های آماری را اولین بار مارکویتز[۱] مطرح کرد. الگوی میانگین- واریانس مارکویتز، الگویی کلاسیک برای بهینه‌سازی و پایه‌ای برای نظریه مدرن سبد دارایی‌هاست. در این الگو میانگین و واریانس به ترتیب معیارهایی برای اندازه‌گیری بازده و ریسک محسوب می‌شوند. مارکویتز[۲] شش معیار اندازه‌گیری ریسک از جمله انحراف استاندارد، نیم‌واریانس، مقدار زیان مورد انتظار، قدر مطلق انحراف از میانگین، احتمال زیان و ماکسیمم زیان را معرفی نمود. لوی[۳] نشان داد که نظریه مارکویتز در بلند مدت کارایی لازم را ندارد و بحث تنوع‌بخشی به زمان را مطرح کرد. وی پیشنهاد نمود که نحوه سرمایه‌گذاری در سهام مطابق با قاعده‌ای سر انگشتی صورت گیرد. این قاعده تنها زمان را به عنوان عامل مؤثر در انتخاب نحوه سرمایه‌گذاری در نظر گرفته و تأثیر عامل‌های دیگر را نادیده می‌گیرد. ساموئلسون[۴] چهارچوب چند دوره‌ای را در زمان‌های گسسته معرفی کرد. وی از برنامه‌ریزی چند دوره‌ای بازگشتی برای مدل‌بندی مطلوبیت در زمان گسسته استفاده کرد و با ماکسیمم‌کردن امید ریاضی این تابع نشان داد که سبد دارایی بهینه با سرمایه‌گذاری درصد مشخصی از سرمایه در هر دوره (بدون توجه به سرمایه اولیه) به‌دست‌می‌آید. فیشر و ویل[۵] مدلی را بر پایه مدل ردینگتون[۶] و با حذف فرض هموار‌بودن منحنی بازده ارائه نمودند. شین[۷] مدل فیشر و ویل را برای حالتی که شوک‌های نرخ بهره تابعی از زمان هستند، تعمیم داد. مرتون[۸] مدل ساموئلسون را به

1. Markowitz, 1952
2. Markowitz, 1959
3. Levy, 1994
4. Samuelson, 1969
5. Fisher and Weil, 1971
6. Redington
7. Shin, 1987
8. Merton, 1990

زمان‌های پیوسته تعمیم داد. ویژگی قابل توجه مدل ساموئلسون این است که فرض می‌کند به شرط ثابت‌بودن ریسک‌گریزی، تصمیم به مصرف و سرمایه‌گذاری مستقل از هم هستند. جنسن[۱] و اسمینک[۲] برخی از مزایای استفاده از روش‌های تصادفی برای مدل‌بندی دارایی‌ها و بدهی‌ها را مورد بررسی و تأیید قرار دادند. دانتزیگ[۳] مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی[٤] را در مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها ارزیابی کرد. زیمبا و کاسی[۵] این مدل را برای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها در بانک، مالوی[٦] برای تخصیص منابع، زینوس[۷] و نیلسن و زینوس[۸] برای مدیریت سبد دارایی‌ها با درآمد ثابت، هیلی و همکاران[۹] برای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها در صندوق‌های مستمری مورد استفاده قرار دادند. کارینو و همکاران[۱۰] مدل پویای راشل یاسودا کیسای[۱۱] را برای مدیریت دارایی و بدهی در بیمه عمر و آتش‌سوزی یاسودا ارائه کردند. برنان و همکاران[۱۲] کاربرد مدل کنترل بهینه[۱۳] چنددوره‌ای را در مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها مطرح کردند. از آنجا که معیاری برای اندازه‌گیری دقت و نیکویی برازش این مدل‌ها تعریف نشده است، نمی‌توان با قطعیت در مورد برتری یک مدل بر مدل‌های دیگر سخن گفت. با این وجود برخی از محققین درباره میزان سازگاری این مدل‌ها با داده‌های واقعی تحقیقاتی را انجام داده‌اند. از جمله نورتن[۱٤] با ارائه مثالی نشان داد فرضیه اصلی اجرای مدل کلاسیک مارکویتز که خطی‌بودن رابطه بین بازده دارایی‌هاست، در فواصل زمانی

---

1. Jenssen, 1993 and 1994
2. Smink, 1994
3. Dantzig, 1955
4. Stochastic Programming
5. Ziemba and Kusy
6. Mulvey, 1992
7. Zenios, 1995
8. Nielsen and Zenios, 1996
9. Hilli et al., 2007
10. Carino et al., 1998
11. Russell-Yasuda Kasai
12. Brennan et al., 1997
13. Optimal Control
14. Norton, 2009

ماهانه و فصلی برقرار نیست. به همین دلیل، کاربرد این مدل در بازه‌های زمانی یاد شده مناسب نیست. تغییر مقیاس اندازه‌گیری ریسک در مدل مارکویتز از واریانس به معیارهای ریسک چارکی[1] مانند ارزش در معرض خطر از جمله نظریه‌هایی است که در در بسیاری از تحقیقات بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها مطرح شده است. از جمله این تحقیقات می‌توان به باسک و شاپیرو،[2] ابراگیمو،[3] الکساندر و بابتیستا[4] و الکساندر و همکاران[5] اشاره کرد.

بیمه عمر یکی از مهم‌ترین شاخه‌های بیمه در اغلب کشورهاست. قرارداد بیمه عمر برای اولین بار در حدود ۲۰۰۰ سال پیش در روم قدیم مطرح شد. اولین شرکت بیمه عمر رسمی در سال ۱۷۵۹ در آمریکا تشکیل شد. قرارداد بیمه عمر از چهار جزء بیمه‌شده، بیمه‌گر، بیمه‌گذار و ذی‌نفع تشکیل می‌شود. در این قرارداد، بیمه‌گر متعهد می‌شود که در ازای دریافت حق‌بیمه از بیمه‌گذار در صورت وقوع شروط مندرج در قرارداد مبلغی را به ذی‌نفع پرداخت نماید. محاسبه میزان حق‌بیمه‌ای که فرد دریافت می‌کند بر مبنای احتمال‌های مرگ و فسخ قرارداد و نرخ بهره صورت می‌گیرد. ازآنجاکه شرایط بازار در اغلب موارد ثبات کافی ندارد و همچنین مرگ انسان‌ها و حتی تصمیم آنها به فسخ قرارداد ماهیتی تصادفی دارد، در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی برای گسترش مدل‌های تصادفی برای اجرای ALM در قراردادهای بیمه عمر صورت گرفته است، که از جمله این تلاش‌ها می‌توان به بریز و وارن[6]، گریسن و جرگنسن[7]، پرسن و و میلترسن[8]، فلیس و موریکنی[9] و گرستنر و همکاران[10] اشاره کرد.

1. Quartile Risk Measures
2. Basak and Shapiro, 1999
3. Ibragimor, 2000
4. Alexander and Babtista, 2002
5. Alexander et al., 2008
6. Briys and Varenne, 1997
7. Grsen and Jorgensen, 2000
8 . Persson and Miltersen, 2003
9. Felice and Moriconi, 2005
10. Gerstner et al., 2008

مشکلی که در الگوهای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها وجود دارد، عدم توجه به نحوه سرمایه‌گذاری دارایی و نقش و اهمیت آن در رسیدن به اهداف مورد نظر این الگوهاست. همچنین مشکل اغلب مدل‌های بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها این است که بهینه‌سازی بدون توجه به تعهدات شرکت و تنها با تکیه بر میزان بازده و ریسک دارایی‌ها در لحظه آغازین سرمایه‌گذاری صورت می‌گیرد. انتخاب مدل سرمایه‌گذاری بهینه با تکیه بر میزان دارایی‌ها و بدهی‌ها در صنعت بیمه، می‌تواند در کمینه‌کردن حق‌بیمه دریافتی از بیمه‌گذار، بیشینه‌کردن سود پرداختی به سهامداران یا کمینه‌کردن میزان ذخیره ریاضی مؤثر باشد. در اغلب مطالعاتی که در زمینه مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها صورت گرفته، هدف استفاده از مدل‌های پیش‌بینی و مدل‌بندی دارایی‌ها و بدهی‌ها این است که مقدار سهم سهامداران به گونه‌ای تخصیص داده شود که عدم قطعیت موجود در دارایی‌ها و بدهی‌ها در آن لحاظ شود. هدف این مقاله، ارائه رویکردی جدید در مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها از طریق ترکیب مدل‌بندی دارایی‌ها و بدهی‌ها و بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها به گونه‌ای است که مقدار سهم سهامداران ماکسیمم شود. همچنین این مقاله در پی آن است که راهکاری مبتنی بر استفاده از یک مدل احتمالاتی برای بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها ارائه دهد که بتواند با درنظرگرفتن عدم حتمیت موجود در مؤلفه‌های گوناگون مؤثر بر بهینه‌سازی، در مقایسه با مدل‌های رقیب کاراتر باشد. در این مقاله مدلی احتمالاتی برای سرمایه‌گذاری بهینه بر مبنای تعهدات شرکت ارائه شده است که برخلاف سایر مدل‌های موجود، ماهیت تصادفی میزان مطالبات و میزان دریافتی از بیمه‌گذاران و بازده دارایی‌ها را نیز مد نظر قرار می‌دهد. به کمک یک مطالعه شبیه‌سازی، تأثیر این بهینه‌سازی بر نحوه تخصیص منابع هنگام اجرای الگوی مدیریت دارایی و بدهی ارزیابی و نتایج حاصل از مدل پیشنهادی با نتایج حاصل از مدل مارکویتز مقایسه شده است. در انتها نیز کارایی این دو مدل با استفاده از داده‌های مربوط به قیمت جهانی طلا و سنگ آهن ارزیابی شده است. نتایج

نشان می‌دهند که در طول مدت سرمایه‌گذاری، مدل پیشنهادی نسبت به مدل مارکویتز عملکرد بهتری دارد.

۲. رهیافت‌های مختلف مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها

چهارچوب مدل ALM همانند دیگر مدل‌های مدیریتی دارای اجزای متصل به هم است که می‌توان آنها را در سه جزء جمع‌آوری و ذخیره‌سازی داده‌ها، استفاده از ابزار مدیریت و اندازه‌گیری ریسک و ارائه نتایج خلاصه کرد. انتخاب الگوی مناسب، یکی از مسائل مهم در اجرای ALM است و به دیدگاه مدیران ریسک نسبت به زمان و عامل‌های ریسک بستگی دارد. محور زمان ممکن است ساختاری تک دوره‌ای یا چند دوره‌ای داشته باشد. در حالت اول فرض می‌شود که تنها لحظه $t=0$ برای شبیه‌سازی مهم است و شبیه‌سازی به صورت تک‌دوره‌ای صورت می‌گیرد. در ساختار چند دوره‌ای، دوره تحت بررسی به بازه‌های زمانی مجزا تقسیم می‌شوند و فرض می‌شود که در هر دوره تغییراتی در ساختار سبد رخ می‌دهد. به همین ترتیب عامل‌های ریسک می‌توانند به صورت ایستا یا تصادفی درنظرگرفته‌شوند. تحت فرض ایستایی عامل‌های ریسک مانند شرایط اقتصادی، بازده دارایی‌ها و نرخ بهره در وضعیت کنونی باقی می‌مانند و تغییر چندانی در آنها رخ نمی‌دهد. مدل‌های تصادفی فرض می‌کنند که عامل‌های ریسک از یک توزیع احتمال خاص یا یک مدل معین پیروی می‌کنند که وابسته به زمان است. الگوهای ALM را می‌توان به چهار گروه تک دوره‌ای ایستا، تک دوره‌ای تصادفی، چند دوره‌ای ایستا و چند دوره‌ای پویا دسته‌بندی کرد (Zenios and Ziemba, 2006). الگوهای تک دوره‌ای ایستا شامل راهکارهای مصون‌سازی[1]، تخصیص[2] و مدیریت فاصله[3] هستند. الگوی مصون‌سازی قصد دارد تا سبدی را تشکیل دهد که نسبت به تغییرات نرخ بهره حساسیت نشان ندهد (Redington, 1952). این الگو از معیار ریسک

1. Immunization
2. Dedication
3. Gap Management

بقا[1] استفاده می‌کند که میزان حساسیت پرتفوی را نسبت به تغییرات نرخ بهره اندازه‌گیری می‌کند. شاخص بقا به‌این‌صورت تعریف می‌شود:

$$D_{Mac}=\frac{\sum_{t=1}^{T}\frac{t\times CF_t}{(1+R_0)^t}}{\sum_{t=1}^{T}\frac{CF_t}{(1+R_0)^t}}$$

CF_t: میزان جریان نقدی در زمان t؛

R_0: نرخ بهره ثابت.

الگوی تخصیص بیان می‌کند که سرمایه‌گذاری دارایی‌ها باید به نحوی صورت گیرد که میزان بدهی‌ها و دارایی‌ها تا حد امکان بر هم منطبق شوند. به‌عبارت‌دیگر، باید سبدی از دارایی‌هایی تشکیل شود که الگوی جریانات نقدی آنها مطابق با الگوی جریانات نقدی بدهی‌ها باشد. این استراتژی در بیمه‌های عمر کوتاه‌مدت کاربرد دارد که میزان جریانات نقدی با مدل‌های نسبتاً ساده‌ای برآورد می‌شوند. این الگو از معیار ریسک تحدب[2]، استفاده می‌کند که میزان تغییر در بقا را به ازای یک واحد تغییر در نرخ بهره اندازه‌گیری می‌کند. الگوی مدیریت فاصله سعی می‌کند مقدار اختلاف بین میزان دارایی‌ها و بدهی‌ها را حداقل نماید. مدل سرمایه‌گذاری بدهی‌گرا[3] مدل نسبتاً جدیدی است که برای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها در صندوق‌های مستمری به‌کارمی‌رود. این مدل برآوردی از میزان بدهی‌ها در بلندمدت به‌دست‌می‌دهد و سرمایه‌گذاری بر مبنای این پیش‌بینی صورت می‌گیرد.

الگوی میانگین–واریانس کلاسیک به راهکارهای تک دوره‌ای تصادفی تعلق دارد. چامبرز و چارنز[4] و کوهن و هامر[5] از جمله افرادی هستند که الگوهای چند دوره‌ای ایستا را گسترش دادند. مدل‌های چند دوره‌ای ایستا در عمل کاربرد ندارند. بنابراین به

---

1. Duration
2. Convexity
3. Liability Driven Investment (LDI)
4. Chambers and Charnes
5. Chen and Hammer, 1967

مرور زمان با راهکارهای چند دوره‌ای پویا جایگزین شدند. قواعد تصمیم[1]، تحلیل سناریو[2]، کنترل بهینه تصادفی و برنامه‌ریزی تصادفی از جمله الگوهای چند دوره‌ای پویا هستند. پرولد و شارپه[3]، مالوی و چن[4]، زیمبا[5]، بولدر[6] و زنیوس[7] از اشخاصی هستند که الگوهای چند دوره‌ای پویا را توسعه دادند. مدلی که در این مقاله ارائه می‌شود، مدلی تصادفی و یک‌مرحله است.

۳. مدل بهینه‌سازی سبد دارایی‌های مارکویتز

مارکویتز مدلی برای یافتن سبد دارایی بهینه ارائه کرد که در دو مرحله انجام می‌گیرد. در مرحله اول مجموعه‌ای از سبدهای مجاز انتخاب می‌شود و در مرحله بعد سرمایه‌گذار مجموعه‌ای را انتخاب می‌کند که برای وی خوشایندتر است. برای اجرای مرحله اول، میزان ریسک و بازده مربوط به هر دارایی اندازه‌گیری و دارایی‌هایی انتخاب می‌شوند که دارای ریسک کمتر و بازده بیشتری هستند. در مدل مارکویتز از این فرض استفاده می‌شود که سرمایه‌گذاران تمایل دارند مطلوبیت مورد انتظار خود را از میزان دارایی در دسترس حداکثر نمایند. بنابراین، در مرحله دوم تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار مدل‌بندی و در نهایت سبدی انتخاب می‌شود که بالاترین مطلوبیت را در بیشترین سطح از بازده و کمترین سطح ممکن از ریسک داشته باشد.

اگر n دارایی برای سرمایه‌گذاری وجود داشته باشد، به‌طوری‌که β_i درصد سرمایه‌گذاری سرمایه در دارایی iام باشد، مقدار ریسک و بازده سرمایه‌گذاری به ترتیب از این روابط به‌دست‌می‌آید:

---

1. Decision Rules
2. Scenario Analysis
3. Perlod and Sharpe, 1988
4. Mulvey and Chen, 1996
5. Ziemba, 1994
6. Bolder, 2003
7. Zenios and Ziemba, 2006

$$\gamma=\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\beta_i\beta_j\sigma_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau=\sum_{i=1}^{n}\beta_i\,E(R_i)$$

این مقادیر در یک منحنی به نام ریسک- بازده رسم می‌شوند. در بین دارایی‌های موجود، دارایی‌هایی که در سطح یکسان ریسک مقدار بازده بیشتری دارند، به عنوان نقاط مجاز سرمایه‌گذاری انتخاب می‌شوند. با اتصال این نقاط به هم، مرز کارایی به‌دست‌می‌آید. از بین این نقاط، نقطه‌ای که مقدار مطلوبیت بیشتری را برای سرمایه‌گذار ایجاد کند، به عنوان سبد دارایی بهینه انتخاب می‌شود. این نقطه از تقاطع بین منحنی بی‌تفاوتی ریسک- بازده و مرز کارایی به‌دست‌می‌آید. در عمل انتخاب سبد دارایی بهینه با تکیه بر مدل‌بندی ریاضی و نظریه‌های اقتصادی صورت می‌گیرد. از نظر منطق اقتصادی، سرمایه‌گذار ریسک‌گریز با تابع مطلوبیت نمایی و سرمایه اولیه w_0 در صورتی مدل سرمایه‌گذاری I_1 را بر I_2 ترجیح می‌دهد که این رابطه برقرار باشد:

$$E\big(U(w_{1t})\big)>E\big(U(w_{2t})\big)$$

w_t: سرمایه نهایی سرمایه‌گذار.

برهمین‌اساس زمانی که دارایی‌های با بازده نرمال برای سرمایه‌گذاری موجود باشد، درصدهای سرمایه‌گذاری به گونه‌ای انتخاب می‌شوند تا مقدار زیر را ماکسیمم کند:

$$\tau-\frac{1}{2}w_0\alpha\gamma^2$$

α: ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار (Norstad, 1999).

انتخاب مقیاس ریسک مناسب یکی از مهم‌ترین مسائل در اجرای مدل مارکویتز است. در مدل پایه مارکویتز واریانس به عنوان مقیاس اندازه‌گیری ریسک تعریف می‌شود. قدر مطلق انحراف از میانگین، ارزش در معرض خطر[1] و ارزش در معرض

1. Value at Risk (VaR)

خطر شرطی[1] معیارهای دیگری هستند که برای اندازه‌گیری ریسک در این مدل به‌کارمی‌روند. تمرکز روی مقیاس ریسک مناسب بدون توجه به این مطلب که آیا مدل مارکویتز در همه موارد کاربرد دارد و فرضیات آن همواره برقرار است، منطقی به نظر نمی‌رسد. در مدل پایه مارکویتز تغییرات آنی قیمت دارایی‌ها درنظرگرفته‌نمی‌شود. دمیگول و همکاران (۲۰۰۹) با اشاره به این مطلب، به کمک یک مثال عددی، نشان دادند که این مدل نسبت به تغییرات قیمت، پایدار نیست. مشکل دیگر این مدل تمرکز بر بازده و ریسک مرتبط با دارایی‌ها و عدم توجه به ریسک مرتبط با تعهدات شرکت است. بنابراین، استفاده از مدل تصادفی که بتواند تغییرات قیمت را منعکس کند و علاوه‌برآن معیاری مناسب را برای اندازه‌گیری ریسک ارائه دهد، می‌تواند جایگزینی مناسب برای مدل مارکویتز در مواقعی باشد که نوسانات قیمت دارایی‌ها زیاد است و همچنین واردکردن میزان بدهی‌های شرکت ضرورت دارد.

در ادامه یک مدل احتمالاتی جدید برای سرمایه‌گذاری بهینه پیشنهاد شده است که در آن به عنصر تصادفی‌بودن مطالبات بیمه‌گذاران، مقدار دریافتی از بیمه‌گذاران، مقدار بازده سرمایه‌گذاری و مقدار دارایی موجود برای سرمایه‌گذاری اولیه توجه می‌شود. کاربرد این مدل در بیمه‌های عمر و نقش و تأثیر آن در سهم سهامداران هنگام مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها نیز مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

٤. مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها در بیمه عمر

ازآنجاکه ترازنامه‌ها حاوی میزان دارایی‌ها و بدهی‌های شرکت هستند، نقش مهمی در مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها دارند. ساختار یک ترازنامه برای اجرای ALM در بیمه عمر را می‌توان در ساده‌ترین حالت به صورت جدول ۱ نشان داد. مطابق آیین‌نامه شماره ۵۸ در ایران، درصد معینی از سود حاصل از معاملات بیمه‌های زندگی و سرمایه‌گذاری ذخایر فنی باید بین بیمه‌گذاران تقسیم شود. بنابراین مبلغی به عنوان

---

1. Conditional Value at Risk (CVaR)

ذخیره مشارکت بیمه‌گذاران در منافع ذخیره می‌شود. علاوه بر این مبلغی برای تضمین تعهدات در مقابل خسارات ناشی از حوادث فاجعه‌آمیز درنظرگرفته‌می‌شود. چون مدل محاسبه این ذخایر در شرکت‌ها متفاوت است، نمی‌توان فرمولی مشخص در مدل‌بندی آنها درنظرگرفت. ولی در هنگام اجرای ALM با داده‌های واقعی، این وجوه نیز باید پیش‌بینی شوند.

جدول ١. ترازنامه مالی بیمه عمر

بدهی‌ها	دارایی‌ها
ذخیره ریاضی (V_t) سهم سهامداران Q_t	میزان دارایی $R(t)$

مدل‌های مختلفی برای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها توسط محققان مختلف از جمله پرسن و میلترسن[1]، فلیس و موریکنی[2]، گرستنر و همکاران[3] ارائه شده است. در ادامه به مدل‌بندی دارایی‌ها و بدهی‌ها پرداخته می‌شود. علاوه‌براین مدلی برای سرمایه‌گذاری بهینه با توجه به مقدار سرمایه موجود برای سرمایه‌گذاری در هر لحظه از زمان ارائه می‌شود.

٤-١. مدل‌بندی دارایی‌ها

فرض کنید که بیمه‌گر با سرمایه‌ای برابر با u شروع به‌کارمی‌کند. مقدار دارایی در دسترس برای سرمایه‌گذاری در هر لحظه از زمان از این رابطه به‌دست‌می‌آید:

$$R(t)=EI+P_t-C_t \qquad (١)$$

EI: بازده سرمایه $R(t-1)$؛

P_t: مجموع حق‌بیمه‌های دریافتی؛

C_t: مقدار پرداختی به بیمه‌گذاران در زمان t.

1. Persson and Miltersen, 2003
2. Felice and Moriconi, 2005
3. Gerstner et al., 2008

فرض می‌شود که فرد می‌تواند این مقدار را در n دارایی سرمایه‌گذاری نماید که شامل دارایی‌های ریسکی مانند سهام و دارایی‌های بدون ریسک مانند حساب بانکی است. اگر w_1، w_2، ...، w_n وزن سرمایه‌گذاری و r_1، r_2، ...، r_n بازده این n دارایی باشند، مقدار بازده کل سرمایه‌گذاری از این رابطه به‌دست‌می‌آید:

$$r_T=\sum_{i=1}^{n} w_i r_i$$

برای برآورد مقدار بازده در هر لحظه از زمان از مدل قیمت‌گذاری بلک- شولز[1] استفاده می‌شود. فرض کنید قیمت سهام که با نماد S نشان داده می‌شود، از زمان t تا $t+\Delta t$ تغییر می‌کند. آنگاه مقدار تغییرات قیمت در این فاصله برابر است با:

$$\Delta S_t = S_{t+\Delta t} - S_t = S_t\left(\mu_s \Delta t + \sigma_s \Delta W_s(t)\right);\ S_0>0$$

مقدار بازده به صورت $\Delta S_t / S_t$ قابل محاسبه است، که در آن $W_s(t)$ نوفه سفید[2] است.

۲-٤. مدل‌بندی بدهی‌ها

اگر قراردادهای منعقدشده از نوع بیمه عمر به شرط فوت باشند، برای پیش‌بینی مقدار ذخیره در آینده بر اساس داده‌های گذشته می‌توان از مدل بازگشتی استفاده کرد:

$${}_t^jV=\frac{\left({}_{t-1}^{\,j}V+P_{t-1}\right)(1+i_r)-B_t^j q_{x+t-1}}{1-q_{x+t-1}}$$

i_r: نرخ بهره ثابت؛

P_{t-1}: مقدار حق‌بیمه؛

q_{x+t-1}: احتمال فوت فرد x+t-1 ساله طی یک سال آینده؛

B_t^j: مقدار پرداختی به بیمه‌گذار jام در صورت فوت بیمه‌شده.

مقدار ذخیره کل در زمان t از این رابطه به‌دست‌می‌آید:

1. Black and Scholes, 1973
2. White Noise

$$ {}_{t}^{T}V=\sum_{j=1}^{J} {}_{t}^{j}V $$

J: تعداد قراردادهای موجود در زمان t.

تخصیص سهم به سهامداران باید به گونه‌ای انجام شود که در نهایت مقدار دارایی‌ها و بدهی‌ها یکسان شود. بنابراین مقدار سهم سهامداران در هر لحظه از زمان از تفاوت مقدار دارایی بیمه‌گر و مقدار ذخیره به‌دست‌می‌آید. به دلیل ماهیت تصادفی مطالبات، محاسبه مقدار دقیق سرمایه در هر لحظه امکان‌پذیر نیست. ازاین‌رو، به کمک امید ریاضی میانگین سهم سهامداران در زمان t را می‌توان از این رابطه به‌دست‌آورد:

$$ Q_t=E\big(R(t)\big)-{}_{t}^{T}V \qquad (۲) $$

٣-٤. پیشنهاد مدل احتمالاتی برای بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها

در این بخش برای بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها، راهکاری مبنی بر استفاده از یک مدل احتمالاتی پیشنهاد شده است. برای انتخاب سبد دارایی بهینه، ترکیبی از دارایی‌ها به گونه‌ای انتخاب می‌شود که مجموع میانگین سهم سهامداران را در پایان یک دوره سرمایه‌گذاری بلندمدت ماکسیمم نماید، به‌طوری‌که ریسک آن در پایین‌ترین سطح ممکن قرار گیرد. با توجه به رابطه (۲) ماکسیمم‌کردن مجموع میانگین سهم سهامداران معادل ماکسیمم‌کردن مجموع میانگین دارایی $E\big(R(t)\big)$ یا مینیمم‌کردن مجموع میانگین مقدار ذخیره ریاضی ${}_{t}^{T}V$ است. ازآنجاکه معمولاً مقدار ذخیره ریاضی در هر دوره، مقداری ثابت است و از مدل‌های استاندارد محاسبات بیمه‌ای محاسبه می‌شود، ماکسیمم مجموع میانگین سهم سهامداران از ماکسیمم‌کردن مجموع میانگین دارایی در پایان دوره سرمایه‌گذاری به‌دست‌می‌آید. مطابق رابطه (۱) مقدار دارایی در هر لحظه از زمان از مجموع مقدار بازده سرمایه‌گذاری در دوره قبل و مقدار دریافتی منهای مقدار پرداختی در همان لحظه به‌دست‌می‌آید. بنابراین می‌توان مقدار دارایی در هر لحظه را با استفاده از روابط بازگشتی محاسبه نمود. اگر در لحظه $t=0$ مقدار سرمایه موجود برای سرمایه‌گذاری برابر با u باشد، مقدار دارایی در زمان t را می‌توان ازاین‌رابطه به‌دست‌آورد:

$$R(t)=u(1+\dot{r})^{t}+\sum_{j=1}^{t} I_j\,(1+\dot{r})^{t-j}-\sum_{j=1}^{t} O_j\,(1+\dot{r})^{t-j}$$

$\dot{r}$: متغیر تصادفی بازده بر مبنای مدل بلک- شولز؛

I_j : مقدار دریافتی؛

O_j: مقدار پرداختی در زمان j.

برهمین‌اساس میانگین و واریانس مجموع دارایی‌ها در پایان دوره سرمایه‌گذاری برابر است با:

$$E(\sum_{t=1}^{T} R(t)) = u\sum_{t=1}^{T} E((1+\dot{r})^{t}) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t} E(I_j)\,E((1+\dot{r})^{t-j})$$

$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t} E(O_j)E(\,(1+\dot{r})^{t-j}),$$

$$Var\left(\sum_{t=1}^{T} R(t)\right) = u^2\sum_{t=1}^{T} Var((1+\dot{r})^{t}) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t} Var\,(I_j(1+\dot{r})^{t-j})$$

$$+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t} Var\left(O_j(1+\dot{r})^{t-j}\right) - 2Cov\left(\sum_{t=1}^{T} u(1+\dot{r})^{t}, \sum_{j=1}^{t} I_j\,(1+\dot{r})^{t-j}\right)$$

$$+2Cov\left(\sum_{t=1}^{T} u(1+\dot{r})^{t}, \sum_{j=1}^{t} O_j\,(1+\dot{r})^{t-j}\right)$$

$$+2Cov\left(\sum_{j=1}^{t} I_j\,(1+\dot{r})^{t-j}, \sum_{j=1}^{t} O_j\,(1+\dot{r})^{t-j}\right)$$

که در آن:

$$Var\left(O_j(1+\dot{r})^{t-j}\right)\cong E^2(O_j)Var\left((1+\dot{r})^{t-j}\right)+E^2((1+\dot{r})^{t-j})Var(O_j)+Var\left((1+\dot{r})^{t-j}\right)Var(O_j)$$

$$Var\left(I_j(1+\dot{r})^{t-j}\right)\cong E^2(I_j)Var\left((1+\dot{r})^{t-j}\right)+E^2((1+\dot{r})^{t-j})Var(I_j)+Var\left((1+\dot{r})^{t-j}\right)Var(I_j).$$

اگر قراردادهای منعقدشده از نوع بیمه عمر به شرط فوت باشد، متغیر تصادفی میزان پرداختی به بیمه‌گذار به صورت $Y=BX$ تعریف می‌شود، که در آن X متغیر تصادفی نشانگری به این صورت است:

$$X=\begin{cases}0 & \text{اگر فرد در زمان تعیین شده زنده بماند.}\\ 1 & \text{اگر فرد در زمان تعیین شده فوت کند.}\end{cases}$$

مقدار امید ریاضی Y از رابطه $E(Y)=Bq$ به‌دست‌می‌آید، که در آن q احتمال فوت فرد در زمان قیدشده در قرارداد است. برهمین‌اساس مقدار میانگین و واریانس دارایی‌ها را می‌توان از این روابط محاسبه کرد:

$$E\left(\sum_{t=1}^{T}R(t)\right)=u\sum_{t=1}^{T}E((1+\dot{r})^{t})+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t}\sum_{g=1}^{G}P_j^g p_{j-1}^g\ E((1+\dot{r})^{t-j})$$
$$-\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t}\sum_{g=1}^{G}B_j^g(1-p_j^g)\,E(\,(1+\dot{r})^{t-j})$$

$$Var(\sum_{t=1}^{T}R(t)\,)\cong u^2\sum_{t=1}^{T}Var((1+\dot{r})^{t}\,)$$
$$+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t}\sum_{g=1}^{G}\left(\left(P_j^g\right)^2 p_{j-1}^g(1-p_{j-1}^g)+\left(B_j^g\right)^2(1-p_j^g)p_j^g\right)\,E(u(1+\dot{r})^{t-j})^2$$
$$+\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t}\sum_{g=1}^{G}\left((P_j^g p_{j-1}^g)^2+(B_j^g(1-p_{j-1}^g))^2\right)Var(u\,(1+\dot{r})^{t-j})$$
$$-2\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{t}\sum_{g=1}^{G}(\,P_j^g p_{j-1}^g-B_j^g(1-p_{j-1}^g))(E(u(1+\dot{r})^{2t-j})$$
$$-E(u(1+\dot{r})^{t-j}))E(u(1+\dot{r})^{t}))$$

- P_j^g:مقدارحق‌بیمه دریافتی؛
- p_{j-1}^g: احتمال زنده ماندن؛
- B_j^g: مقدار پرداختی به بیمه‌گذار؛
- $1-p_j^g$: احتمال فوت فرد gام در زمان j.

برای انتخاب درصدهای بهینه سرمایه‌گذاری مقدار $E(\sum_{t=1}^{T}R(t))$ و $\sqrt{Var(\sum_{t=1}^{T}R(t))}$ به ترتیب به عنوان معیار ریسک و بازده درنظرگرفته‌می‌شوند. سبد بهینه به گونه‌ای انتخاب می‌شود که مقدار ضریب تغییرات را که از رابطه زیر محاسبه می‌شود، مینیمم کند:

$$\sqrt{\operatorname{Var}\left(\sum_{t=1}^{T} R(t)\right)/E\left(\sum_{t=1}^{T} R(t)\right)}$$

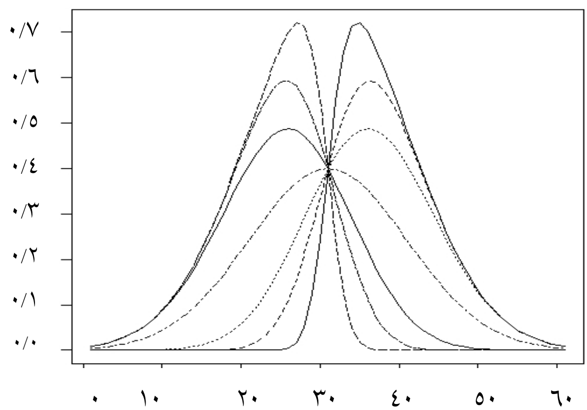
۵. مطالعه شبیه‌سازی

در این بخش به منظور ارزیابی کارایی مدل پیشنهادی در بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها، مطالعه‌ای شبیه‌سازی طراحی و اجرا شده است. همچنین نتایج حاصل از این مطالعه شبیه‌سازی در شرایط یکسان با نتایج حاصل از مدل مارکویتز مقایسه شده است. توزیع بازده دارایی‌ها از مسائل تأثیرگذار بر مدل‌بندی و بهینه‌سازی سبد دارایی‌هاست. خانواده توزیع‌های هذلولی تعمیم‌یافته[۱]، خانواده‌ای بزرگ از توزیع‌ها هستند که برای برازش به داده‌های مالی توصیه می‌شوند (Hansen, 1994; Brannas and Noroman, 2003; Huand Kercheval, 2007). از جمله مهم‌ترین عضوهای این خانواده می‌توان به توزیع نرمال، t–استیودنت[۲]، چوله–t[۳]، نرمال وارون[۴] و توزیع‌های هذلولی اشاره کرد. متداول‌ترین توزیعی که برای برازش به این داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، توزیع نرمال است. اما در بسیاری از موارد داده‌های مربوط به بازده دارایی‌ها دارای توزیعی نامتقارن بوده و مشاهدات مربوطه رفتاری دنباله‌ای دارند. در این گونه موارد استفاده از توزیع نرمال برای مدل‌بندی این مشاهدات می‌تواند گمراه‌کننده بوده و بر نتایج حاصل از مطالعات مالی تأثیرگذار باشد. در این میان توزیع چوله–t برای برازش به بازده دارایی‌ها در بلندمدت و در مواردی که نوسان سرمایه زیاد است، توزیع مناسب‌تری به‌شمارمی‌رود. به‌همین‌دلیل به منظور مقایسه مدل مارکویتز و مدل احتمالاتی پیشنهادی، دو سهام با بازده چوله–t به ترتیب با میانگین ۰/۰۵ و ۰/۰۳ و واریانس ۰/۰۹ و ۰/۰۶ و مقادیر مختلف پارامتر چولگی درنظرگرفته‌می‌شود. نمودار ۱ شکل توزیع چوله -t را به ازای مقادیر مختلف پارامتر

1. Generalized Hyperbolic Distribution
2. T-Student
3. Skew-t Distribution
4. Inverse Normal

چولگی نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که به ازای مقادیر مختلف پارامتر چولگی، این توزیع شکل‌های متفاوتی به خود می‌گیرد و ازاین‌رو از انعطاف‌پذیری بیشتری برای برازش به داده‌های دارای ساختارهای متفاوت برخوردار است. در مطالعه شبیه‌سازی انجام‌شده در این مقاله، مقادیر پارامتر چولگی به نحوی درنظرگرفته‌شده‌است تا بتوان کارایی مدل پیشنهادی را در شرایط مختلفی نظیر تقارن، چولگی خفیف و چولگی شدید توزیع بازده دارایی‌ها، مورد ارزیابی و مقایسه قرار داد.

نمودار۱. تابع چگالی توزیع چوله-t به ازای مقادیر مختلف پارامتر چولگی ۰، ۰/۵±، ۱±، ۱/۵±، ۲±، ۵



سرمایه‌گذار با سرمایه اولیه یک واحد با احتمال برابر می‌تواند در هر یک از این دو سهام سرمایه‌گذاری نماید. فرض می‌شود که بیمه‌گر با افرادی در رده سنی۱۰ تا ٤۵ سال قرارداد بیمه عمر مادام‌العمر منعقد کرده است. اگر مقدار پرداختی به بیمه‌گذار برابر ۱۰۰۰ واحد و نرخ بهره ثابت برابر ۰/۰٦ فرض شود، مقدار حق‌بیمه فردی x ساله بدون درنظرگرفتن هزینه‌ها از این رابطه محاسبه شده است:

$$A_x=1000\int_0^\infty (1+0/06)^{-t}\ {}_tp_x\mu_x(t)dt$$

- ${}_tp_x$: احتمال زنده ماندن فرد x ساله تا زمان t؛
- $\mu_x(t)$: نیروی مرگ.

اگر s_{x+t} تابع بقا باشد، دراین‌صورت نیروی مرگ ازاین‌رابطه به‌دست‌می‌آید:

$$\mu_x(t)=-\frac{s'_{x+t}}{s_{x+t}}$$

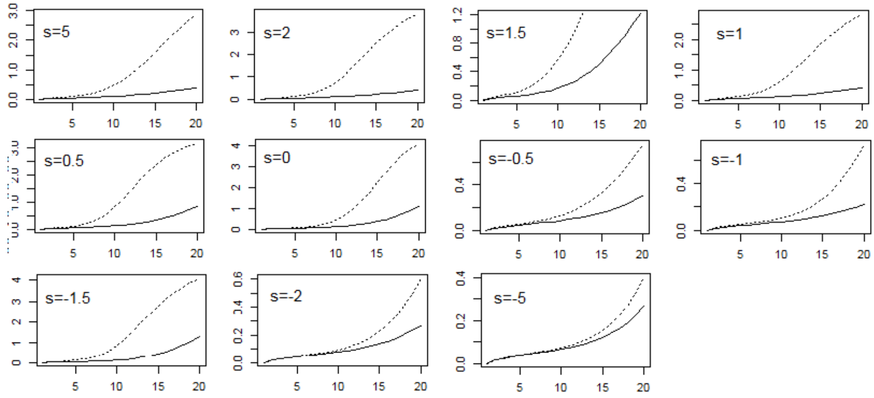
با فرض $\alpha=1$ درصدهای بهینه سرمایه‌گذاری بر اساس مدل مارکویتز باید به گونه‌ای انتخاب شوند که مقدار عبارت زیر را با فرض $w_1+w_2=1$ ماکسیمم کنند:

$$w_1E(R_1)+w_2E(R_2)-\frac{1}{2}\left(w_1\sigma_1^2+w_2\sigma_2^2-2\sigma_1\sigma_2\right)$$

برای مقایسه مدل مارکویتز و مدل پیشنهادی از هر یک از توزیع‌های یادشده نمونه‌ای تصادفی به حجم ۳۰ که نشان‌دهنده بازده سهام طی سی سال گذشته هستند، شبیه‌سازی می‌شود. سپس درصدهای سرمایه‌گذاری بر اساس مدل مارکویتز و مدل احتمالاتی پیشنهادی محاسبه می‌شوند. مقدار متوسط دارایی و واریانس آن در طول دوره سرمایه‌گذاری بر اساس درصدهای سرمایه‌گذاری به‌دست‌آمده از این دو مدل برای یک دوره ۲۰ ساله محاسبه شده است. چون مقادیر بازده شبیه‌سازی‌شده ماهیت تصادفی دارند، برای فراهم‌آوردن شرایط استفاده از تعبیر فراوانی نسبی احتمال و مقایسه‌پذیری نتایج، فرایند فوق ۲۰۰ بار تکرار شده است.

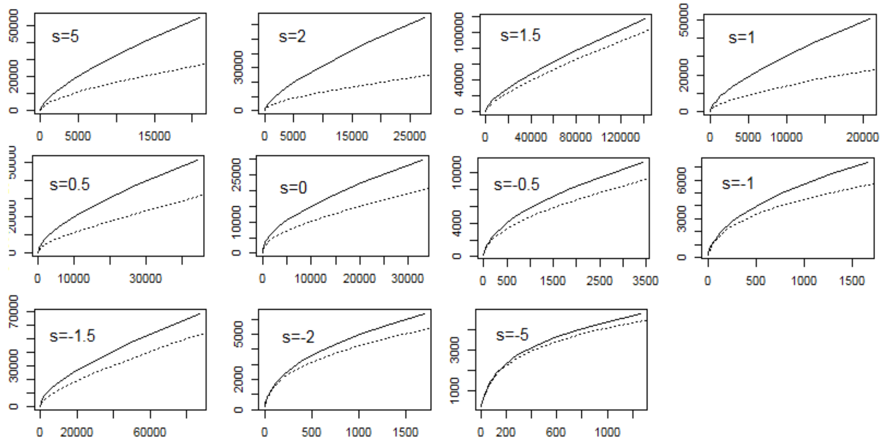
برای مقایسه بین مدل مارکویتز و مدل احتمالاتی پیشنهادی تنها نمی‌توان به میانگین مقادیر حاصل از دو مدل استناد کرد. زیرا معمولاً با افزایش متوسط سرمایه، مقدار واریانس آن نیز افزایش پیدا می‌کند و مبنا قرار دادن این معیار می‌تواند گمراه‌کننده باشد. بنابراین معیار ضریب تغییرات که نسبت انحراف معیار به میانگین را اندازه‌گیری می‌کند، در این شرایط معیار بسیار قابل اعتمادتری است. نمودار ۲ مقادیر ضریب تغییرات سرمایه حاصل از مدل مارکویتز و مدل احتمالاتی پیشنهادی را به ازای مقادیر مختلف پارامتر چولگی در توزیع چوله‌-t در برابر زمان نشان می‌دهد.

نمودار۲. مقادیر ضریب تغییرات مدل مارکویتز (نقطه چین) و مدل احتمالاتی پیشنهادی (خط) در طول زمان و به ازای پارامتر چولگی ۰، $\pm$۰/۵، $\pm$۱، $\pm$۱/۵، $\pm$۲، $\pm$۵.



همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقادیر ضریب تغییرات سرمایه در مدل پیشنهادی در مقایسه با مقادیر متناظر مربوط به مدل مارکویتز کوچک‌تر هستند. به‌وضوح ملاحظه می‌شود که به ازای مقادیر تثبیت‌شده پارامتر چولگی، اختلاف عملکرد این دو مدل با گذشت زمان و به نفع مدل احتمالاتی پیشنهادی بیشتر می‌شود. بنابراین می‌توان گفت در سرمایه‌گذاری‌های بلندمدت، مدل احتمالاتی بهتر از مدل مارکویتز عمل می‌کند. به‌علاوه ملاحظه می‌شود که هرچه توزیع بازده سرمایه به سمت راست چولگی بیشتری داشته باشد (این وضعیت عمدتاً توصیف‌کننده حالتی است که بازار سهام مورد نظر کم رونق بوده و غالب شرکت‌های مربوطه کم بازده باشند) اختلاف کارایی مدل پیشنهادی و مدل مارکویتز به نفع مدل پیشنهادی بیشتر می‌شود. منحنی ریسک- بازده (انحراف معیار و متوسط سرمایه) دو مدل نیز در نمودار ۳ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که به ازای بازده یکسان، ریسک سرمایه‌گذاری با تکیه بر مدل مارکویتز بیشتر از مدل پیشنهادی است.

نمودار ۳. منحنی ریسک-بازده مدل مارکویتز (نقطه چین) و مدل احتمالاتی پیشنهادی (خط) به ازای مقادیر مختلف پارامتر چولگی، ۰/۵±، ۱±، ۱/۵±، ۲±، ۵



با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، اگر مانند مدل مارکویتز ملاک تعیین درصدهای سرمایه‌گذاری تنها مقدار میانگین و واریانس بازده دارایی‌ها باشد (که بر اساس بازده دارایی‌ها در دوره‌های قبل محاسبه می‌شود)، پیش از شروع دوره سرمایه‌گذاری، این درصدها به گونه‌ای هستند که مقدار بازده و ریسک را در سطح مطلوبی نشان می‌دهند، اما در بلندمدت میانگین و واریانس سرمایه در حد مطلوب قرار نمی‌گیرد و سرمایه‌گذار متحمل زیان می‌شود. به‌عبارت‌دیگر می‌توان گفت این مدل پیش از شروع سرمایه‌گذاری، مطلوبیت سرمایه‌گذار را برای تعیین سبد دارایی بهینه مد نظر قرار می‌دهد، ولی در طول دوره سرمایه‌گذاری، مطلوبیت وی را تأمین نمی‌کند. مدل پیشنهادی برخلاف مدل مارکویتز درصدهای سرمایه‌گذاری را با توجه به میزان تعهدات شرکت، مقدار بازده دارایی‌ها در دوره‌های قبل و مقدار پیش‌بینی‌شده آنها در آینده تعیین می‌کند و تنها بر مقدار بازده و ریسک دارایی‌ها در دوره‌های قبل متمرکز نمی‌شود.

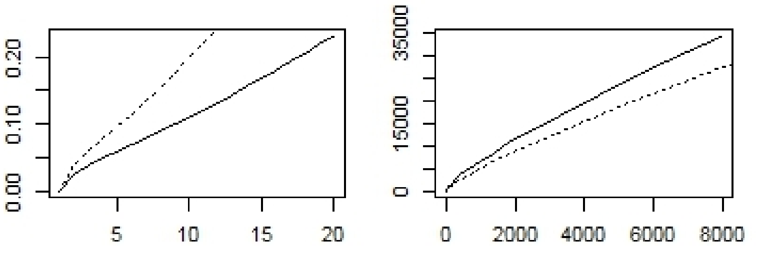
٦. داده‌های واقعی

در این بخش کارایی مدل احتمالاتی پیشنهادی این مقاله در مدل‌بندی یک مجموعه از داده‌های واقعی با کارایی مدل سنتی مارکویتز[1] مورد مقایسه قرار گرفته است. برای این منظور از داده‌های مربوط به تغییرات قیمت جهانی طلا و سنگ آهن طی سال‌های ۱۹۸۱ تا ۲۰۱۱،[2] استفاده شده است. ابتدا بازده سهام مربوط به طلا و سنگ آهن از طریق محاسبه نسبت تفاضل قیمت ثانویه و اولیه به قیمت اولیه محاسبه شده است. سپس وزن‌های سرمایه‌گذاری برای این دو سهام از طریق برازش مدل مارکویتز و همچنین مدل احتمالاتی پیشنهادی برآورد شده‌اند. براساس وزن‌های برآوردشده، میانگین و واریانس سرمایه در طول مدت سرمایه‌گذاری برای یک بازه ۲۰ ساله محاسبه شده است. نمودار ٤ منحنی ریسک- بازده و همچنین نمودار ضریب تغییرات سرمایه در مقابل زمان را نشان می‌دهد. نمودار ریسک- بازده نشان می‌دهد که به ازای بازده یکسان، انحراف معیار مدل پیشنهادی نسبت به مدل مارکویتز به طور قابل ملاحظه‌ای کوچک‌تر است. یعنی ریسک سرمایه‌گذاری براساس مدل پیشنهادی به مراتب از ریسک سرمایه‌گذاری براساس مدل مارکویتز کمتر است. نمودار ضریب تغییرات نیز نشان می‌دهد که ضریب تغییرات سرمایه بر اساس مدل پیشنهادی در طول مدت سرمایه‌گذاری از ضریب تغییرات سرمایه در مدل مارکویتز کوچک‌تر است. به‌علاوه، تفاوت بین ضریب تغییرات سرمایه در این دو مدل با گذشت زمان و به نفع مدل احتمالاتی، بیشتر می‌شود.

1. Markowitz Model

۲. داده‌ها در درگاه <http:www.morgabay.com> قابل دسترسی هستند.

نمودار ٤. منحنی ریسک-بازده (سمت راست) و نمودار ضریب تغییرات سرمایه در مقابل زمان (سمت چپ) مربوط به داده‌های قیمت جهانی طلا و سنگ آهن برای مدل مارکویتز (نقطه‌چین) و مدل احتمالاتی پیشنهادی (خط)



۷. بحث و نتیجه‌گیری

مدل‌های معمول بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها دارای این نقصان هستند که تعهدات شرکت را نادیده گرفته و تنها بر میزان بازده و ریسک دارایی‌ها در لحظه آغازین سرمایه‌گذاری توجه می‌کنند. همچنین یکی از مشکلات الگوهای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها، عدم توجه به نحوه سرمایه‌گذاری در دارایی‌ها و اهمیت آن در رسیدن به اهداف مورد نظر این الگوهاست. به‌عبارت‌دیگر، مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها بدون توجه به بهینه‌سازی دارایی‌ها و انتخاب مدل بهینه سرمایه‌گذاری بدون توجه به میزان تعهدات شرکت، منجر به ارائه الگوهای ناکارآمد در دنیای واقعی می‌شود. بنابراین، ترکیب الگوهای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها با بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها می‌تواند در رفع عیوب این الگوها مفید باشد. انتخاب مدل سرمایه‌گذاری بهینه با تکیه بر میزان دارایی‌ها و بدهی‌ها در صنعت بیمه، می‌تواند در کمینه‌کردن حق‌بیمه دریافتی از بیمه‌گذار، بیشینه‌کردن سود پرداختی به سهامداران یا کمینه‌کردن میزان ذخیره ریاضی مؤثر باشد. در این مقاله، یک مدل احتمالاتی جدید بر مبنای تعهدات بیمه‌گر پیشنهاد شده است که مؤلفه‌های تصادفی مؤثر بر میزان دریافتی و پرداختی بیمه‌گذاران و بازده دارایی‌ها را به خوبی مد نظر قرار می‌دهد. انتخاب مدل سرمایه‌گذاری به گونه‌ای صورت گرفت که میزان سود پرداختی به سهامداران ماکسیمم شود. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی و مشاهدات واقعی، انتخاب مدل مارکویتز برای تعیین سرمایه‌گذاری بهینه در بلندمدت در مواقعی که

علاوه بر ریسک دارایی‌ها ریسک تعهدات نیز از اهمیت زیادی برخوردار است، کارآمد نیست. زیرا پیش از شروع سرمایه‌گذاری نتایج مطلوبی را به‌دست‌می‌دهد، ولی در طول دوره سرمایه‌گذاری، مطلوبیت سرمایه‌گذار را تأمین نمی‌کند. به‌علاوه هر چه توزیع بازده سرمایه‌ها نامتقارن‌تر باشد، مدل احتمالاتی در مقایسه با مدل مارکویتز از کارایی بیشتری برخوردار خواهد بود. درحالت‌کلی می‌توان گفت مدل‌هایی برای سرمایه‌گذاری در دنیای واقعی مناسب هستند که چشم‌اندازی از آینده پیش روی شرکت‌ها داشته باشند و تنها به وضعیت گذشته و حال شرکت‌ها و بازارهای مالی اکتفا نکنند.

منابع

1. Alexander, G. J. and Babtista, A. M., 2002. Economic implications of using a Mean-VaR Model for portfolio selection, a comparison with Mean-Variance Analysis. *J. Econ. Dyn.Control*, 26, pp. 1159-93.
2. Alexander, G., Baptista, A., and Yun, S., 2008. Bank regulation and international financial stability: A case against the 2006 Basel market risk framework, with Gordon J. Alexander and Shu Yan. *Journal of International Money and Finance*, Forthcoming.
3. Basak, S. and Shapiro, A., 1999. *VaR based risk management optimal policies and asset prices*. Working Paper. The Wharton School.
4. Black, F. and Scholes, M.J., 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, pp. 637-54.
5. Bolder, D.J., 2003. *A stochastic simulation framework for the government of Canada's debt strategy*. Bank of Canada Working Paper, no.2003-2010.
6. Boyle, P., 1978. Immunization under stochastic models of the term structure. *Journal of the Institute of Actuaries*, 105, pp. 177-87.
7. Brannas, K. and Nordman, N., 2003. An alternative conditional asymmetry specification for stock returns. *Applied Financial Economic*, 13, pp. 537-41.
8. Brennan, M.J., Schwartz, E.S. and Lagnado, R. 1997. Strategic asset allocation. *Journal of Economics, Dynamics and Control,* 21,pp. 1377-03.
9. Briys, E. and Varenne. F., 1997. On the risk of life insurance liabilities: Debunking some common pitfalls. *Journal of Risk and Insurance*, 64, pp. 37-57.
10. Carino, D.R., Myers, D.H. and Ziemba, W.T., 1998. Concepts, technical issues, and uses of russell-yasuda kasai financial planning model. *Operation Research*, 46, pp. 450-62.
11. Carino, D.R., Kent, T., Myers, D.H., Stacy, C., Sylvanus, M., Turner, A.L, Watanate, K., Chambers, D. and Charnes, A.,1961. Inter-temporal

analysis and optimization of bank portfolios. *Management Science*, 7, pp. 393-409.
12. Cohen, K.J. and Hammer, F.S., 1967. Linear programming and optimal bank asset management decisions. *Journal of Finance*, 22, (2), pp. 147-65.
13. Dantzig, G.B., 1955. Linear programming under uncertainty. *Management Science*, 1, pp. 197-206.
14. DeMiguel, V., Gartappli, L. and Uppal, R., 2002. Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *Review of Financial Studies*, 22(5), pp. 1215-53.
15. Felice, M. and Moriconi, F., 2005. Market based tools for managing the life insurance company. *Astin Bullestin*. 1(35), pp. 79-111.
16. Fisher, L. and Weil, R., 1971. Coping with the risk of interest rate fluctuation: Returns to bondholders from naïve and optimal strategies. *Journal of Business*. 44, pp. 408-31.
17. Gaivoronski, A. and Pflug, G., 2000. *Value at risk in portfolio optimization: Properties and computational approach*. Working Paper, Norwegian University of Science and Technology.
18. Gerstner, T., Griebel, M., Holtz, M., Goschnick, R. and Harp, M., 2008. A general asset- liability management model for the efficient simulation of portfolio of life insurance policies. *Insurance, Math and Economics*, 42(2), pp. 704-16.
19. Grsen, A. and Jorgensen, P., 2000. Fair valuation of life insurance liabilities: The impact of interest rate guarantees, surrender options and bonus policies. *Insurance, Math and Economics*, 26(1), pp. 37-57.
20. Hansen, B., 1994. Autoregressive conditional density estimation. *International Economic Review*, 35, pp. 705-30.
21. Hu, W. and. Kercheval, A., 2007. Risk management with generalized hyperbolic distributions. *Proceedings of the Fourth IASTED International Conference on Financial Engineering and Applications*, pp. 19–24.
22. Hilli, P., Koivu, M., Pennanen, T. and Ranne, A., 2007. A stochastic programming model for asset-lability management of a finnish pension company. *Annals of Operations Research,*39, pp. 115-52.
23. Ibragimor, R., 2000. *Portfolio diversification and value at risk under thich-taildnes*. Harvard Institute of Economic Research Discussion Paper.
24. Jenssen. J., 1993. *Asset-liability management for banking and insurance*. Proceedings of the ISI 49th Session, Firenze, pp. 253-69.
25. Jenssen, F., 1994. Operationally for the asset-liability management. *4th AFIR International Colloquium* 2, pp. 877-905.
26. Kusy, M.I. and Ziemba, W.T., 1986. A bank asset and liability management model. *Operation Research*, 34(3), pp. 356-76.
27. Levy, H., 1994. Portfolio composition and the investment horizon. *Financial Analysts Journal,* 1, pp. 51-56.

28. Markowitz, H., 1952. Portfolio selection. *Journal of Finance,* 7(1), pp. 77-91.
29. Markowitz, H., 1959. *Portfolio selection: Efficient diversification of investments.* New York: John Wiley & Sons.
30. Merton, R.C., 1969. Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous- time case. *The Review of Economics and Statistics*, 51(3), pp.247-57.
31. Merton, R.C., 1990. *Continuous- time finance*. USA: Blackwell Publishing.
32. Mulvey, J.M., 1992. Stochastic network programming for financial planning problems. *Management Science*, 38, pp. 1642-64.
33. Mulvey, J.M. and Chen, Z., 1996. *An empirical evaluation of the fixed-mix investment strategy*. Princeton University Report SOR-96-21.
34. Nielsen, S.S. and Zenios, S.A., 1996. A stochastic programming model for finishing single premium differed annuities. *Mathematical Programming*, 75, pp. 177-200.
35. Norstad, J., 1999. An introduction to portfolio theory. <http://www.norstad.org>[Accessed 28-May-2012].
36. Norton, V., 2009. Some problems with the markowitz mean-variance model. <http://www.vic.norton.name>17-March-2012.
37. Perold, A.F., Sharpe, W.F., 1988. Dynamic strategic for asset allocation. *Financial Analysts Journal*, 1, pp. 16-27.
38. Persson, S. and Miltersen, K., 2003. Guaranteed investment contracts: Distributed and undistributed excess returns. *Actuarial Journal*, 23, pp. 275-79.
39. Redington, F., 1952. Review of The principals of life-office valuations. *Journal of the Institute of Actuaries*, 78, pp. 286-340.
40. Samuelson, P.A., 1969. Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *Review of Economics and Statistics*, 51(3), pp. 239-46.
41. Shin, E.S., 1987. On the fisher-weil immunization theorem. *Insurance: Mathematics and Economics*, 6, pp. 259-66.
42. Smink, M., 1994. A numerical examination of asset-liability management strategies. *AFIR 1994 Proceedings*, 2, pp. 969-97.
43. Tsao, C.H., 2010. Portfolio selection based on the mean-vaR efficient Frontier. *Routledge, Quantitative Finance*, 10(8), pp. 931-45.
44. Zenios, S.A., 1995. Asset and liability management under uncertainty for fixed income securities. *Annals of Operations Research*, 59, pp. 77-98.
45. Zenios, S.A. and Ziemba, W.T., 2006. *Handbook of asset and liability management.* Elsevier. B. V.
46. Ziemba, W.T., 1994. Multistage stochastic programming. *Interfaces,* 24(1), pp. 29-49.